

Oefenopgaven SE 4vwo wisA 2015

marathon

De marathon is een hardloopwedstrijd over een afstand van ruim 42 km, om precies te zijn 42195 meter. Het wereldrecord op de marathon is nu 2:02:57 (2 uur, 2 minuten en 57 seconden).

Veel atleten gaan zich pas op latere leeftijd toeleggen op de marathon. De tijden op de 10 km en op de halve marathon (ruim 21 km) zijn een aanwijzing voor de tijden die op de marathon verwacht mogen worden. In de atletiekwereld wordt wel gebruik gemaakt van de volgende formule:

$$T_2 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{1,06} \cdot T_1 \text{ [formule 1]}$$

T_2 is de voorspelde recordtijd in **seconden** op de afstand D_2 in meters.

T_1 is de recordtijd in **seconden** die bekend is op de afstand D_1 in meters.

- 1] In 1990 won *Greg van Hest* de halve marathon van Egmond in een tijd van 1:01:19.
Bereken welke tijd op de hele marathon dit zou betekenen volgens de formule hierboven.

Omdat de afstand bij de marathon precies het dubbelde is van die van de halve marathon, kun je met behulp van formule 1 een eenvoudigere formule maken waarmee je tijden op de halve marathon kunt omrekenen naar tijden op de hele marathon. Deze formule heeft de vorm: $T_2 = c \cdot T_1$

- 2] Bereken c . Rond af op 4 decimalen.

Het huidige wereldrecord op de 10 000 meter in handen van *Kenenisa Bekele*: 26 minuten en 17,53 seconden.

- 3] Bereken welke tijd op de marathon van *Bekele* verwacht mag worden volgens formule 1.

Naar verwacht zal over enkele tientallen jaren de marathon onder de 2 uur gelopen worden.

- 4] Bereken algebraïsch met behulp van formule 1 welke tijd op de 10 000 meter tot een tijd van precies 2 uur op de marathon zal leiden

Er is ook een formule waarmee je het wereldrecord voor elke afstand (van 100m tot 10 km) het wereldrecord redelijk kunt voorspellen

$$T = 0,05827 \cdot D^{1,11} \text{ [formule 2]}$$

Hierin is D de afstand in meters en T de tijd in seconden.

- 5] Uiteraard betekent een verdubbeling van de afstand niet dat de recordtijd ook verdubbelt, deze groeit harder
Bereken met hoeveel % de recordtijd volgens formule 2 toeneemt wanneer de afstand twee keer zo lang wordt.

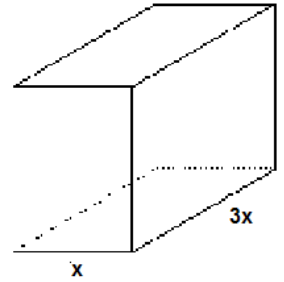
Bij hardlopen gaat het vaak om de kortste tijd op een bepaalde afstand. Bij de Coopertest is dat anders: daar moet je een zo groot mogelijke afstand lopen in 12 minuten (dus 720 sec). Met formule 2 kun je berekenen hoe groot die recordafstand voor mannen bij de Coopertest zou kunnen zijn.

- 6] Bereken die afstand algebraïsch. Rond af op een heel aantal meters

- 7] Druk met behulp van formule 2 D uit in T

Opbergdozen

Een fabriek maakt kartonnen opbergdozen met een inhoud van 12 liter (= 12000 cm³). De dozen zijn balkvormig, zoals je in de tekening hieronder kunt zien. De lengte van een doos moet drie keer zo groot zijn als de breedte. De breedte van een doos (in centimeters) noemen we x cm.



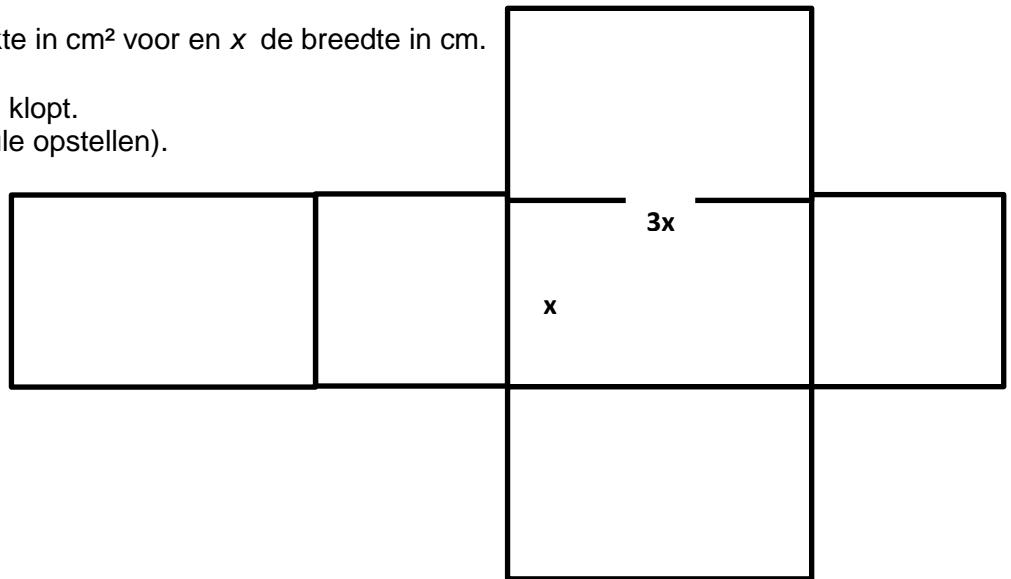
- 1] Toon aan dat voor de hoogte geldt: $h = \frac{4000}{x^2}$

Uiteraard wil de fabrikant per doos zo weinig mogelijk karton gebruiken. Om te onderzoeken welke afmetingen de dozen dan moeten hebben, laat hij een formule opstellen die het verband geeft tussen de totale oppervlakte van de doos (inclusief deksel) en de breedte.

Deze formule luidt als volgt: $O(x) = 6x^2 + \frac{32000}{x}$

Hierbij stelt O de oppervlakte in cm² voor en x de breedte in cm.

- 2] Toon aan dat deze formule klopt.
(Dit betekent zelf de formule opstellen).

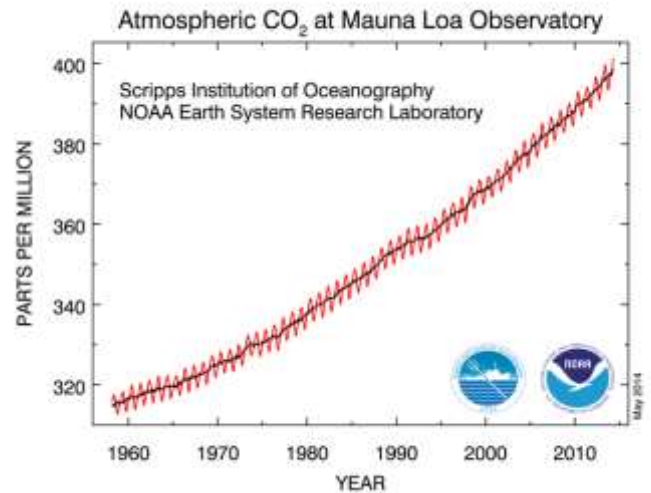


- 3] Bij welke afmetingen (dus behalve de breedte ook de lengte en hoogte) wordt er een minimale hoeveelheid karton gebruikt?
- 4] Bereken bij welke waarden van x de oppervlakte van de doos minder dan 4000 cm² is.
(Rond zo nodig af op 1 decimaal)

CO₂

Op Hawaii wordt op de vulkaan *Mauna Loa* sinds 1970 o.a. de CO₂ concentratie gemeten. Als eenheid gebruikt men *deeltjes per miljoen* (ppm)

De grafiek hiernaast wordt wel eens gezien als een voorbeeld van een combinatie van een exponentieel en een periodiek verband. Om beter na te kunnen gaan in hoeverre sprake is van exponentiële groei zijn in de tabel hieronder wat jaarcijfers (jaargemiddelden) verzameld.



jaar	2000	2005	2010	2011	2012	2013
CO ₂ concentratie (ppm)	369,52	379,8	389,85	391,62	393,82	396,48

- 1 Laat met een voorbeeld zien dat groei *niet* exponentieel is.

De ontwikkeling van de hoeveel CO₂ in de atmosfeer is beter te voorspellen door uit te gaan van een natuurlijk niveau van 285, met daarboven op een menselijk component. Tussen 2000 en 2013 is deze menselijke component toegenomen van 84,5 naar 111,5 ppm. We gaan ervan uit dat deze toename wel exponentieel is

- 2 Bereken algebraïsch met hoeveel % de menselijke component deze periode per **jaar** is toegenomen. Rond af op twee decimalen.

Een formule die de CO₂-concentratie benadert vanaf 2000 is $C = 85 \cdot 1,021^t + 285$
Hierin is C de CO₂-concentratie in ppm en t een aanduiding van het jaar (2000: $t=0$ enz.).

- 3 Bereken met behulp van deze formule in welk jaar de CO₂ concentratie voor het eerst boven de 500 uit zal komen.

Voor de menselijke component M geldt de formule $M = 85 \cdot 1,021^t$

- 4 Bereken de verdubbelingstijd van de menselijke component . Rond af op een heel aantal jaren. [

Cilinder

Sommige cilindervormige blikken hebben dezelfde hoogte als diameter.

Voor de inhoud van een dergelijk blik geldt $V = \frac{\pi}{4} \cdot d^3$ (V in ml ; d in cm)

Voor de oppervlakte geldt: $A = \frac{3}{2}\pi \cdot d^2$ (A in cm^2)

- 1] Bereken de diameter van een blik met een inhoud van 1 liter (=1000 ml)
- 2] Druk de oppervlakte uit in de inhoud: $A = c \cdot V^p$. Je mag c benaderen in 2 decimalen

Twee functies

Gegeven zijn de functies f en g met de functievoorschriften:

$$f(x) = 1 + \sqrt{-2x + 9} \quad \text{en} \quad g(x) = x^2 + 6x + 4$$

- a) Bepaal domein en bereik van f .
Laat duidelijk zien hoe je te werk gaat, en schrijf je antwoorden (ook) in intervalnotatie.
- b) Plot en schets de grafiek van f . Noteer ook de coördinaten van het randpunt.
- c) Plot de grafiek van g , en bepaal met behulp van daarvan de Top. [hoogste of laagste punt van de grafiek]
- d) Bepaal beide snijpunten met de x-as.
Rond de x-coördinaten af op 2 decimalen.
- e) De grafieken van f en g snijden elkaar in (0,4) en nog een punt. Bepaal met behulp van je grafische rekenmachine de coördinaten van het tweede snijpunt. (Rond af op twee decimalen)

Massaproductie

Een fabriek produceert onderdelen voor smartphones. De gemiddelde kostprijs per stuk kan berekend worden met de volgende formule

$$K(q) = \frac{850\,000 + 1,5q}{q}$$

q is het aantal producten dat wordt geproduceerd. Je moet denken aan miljoenen stuks. GK staat voor de gemiddelde kosten in euro's

- a) Bereken de gemiddelde kostprijs bij een productie van 2 miljoen stuks
- b) Maak een schets van de grafiek
- c) Wat gebeurt er met de gemiddelde kostprijs GK als de productie maar blijft toenemen ?